

LES IMPLICATIONS PHILOSOPHIQUES DE LA METHODE AXIOMATIQUE : L'EBRANLEMENT DU DUALISME EPISTEMOLOGIQUE

Par

Olivier SAMBAYI MUTSHIPAYI

Assistant à la Faculté des Lettres et Sciences Humaines, Université de Kinshasa
Département de Philosophie

RESUME

Le présent article scientifique démontre l'unicité heuristique, c'est-à-dire l'unique voie au travers de laquelle on peut accéder à la connaissance et à la découverte scientifique, quel que soit l'objet épistémique. Cette unicité heuristique rendue possible par la méthode axiomatique, va permettre d'ébranler le dualisme entre les systèmes épistémiques et cognitifs. La méthode axiomatique implique scientifiquement l'économie de pensée. Elle permet de penser le multiple à partir de l'un. Elle permet de recenser tous les éléments, à l'intérieur d'un système cognitif donné, énonçant une certitude apodictique, une vérité indubitable sur base de laquelle l'on se référerait pour mieux avancer dans le développement du système, dans sa forme tout comme dans son contenu. Ces implications scientifiques permettent d'axiomatiser toutes les théories déductives.

La méthode axiomatique a ébranlé le dualisme existant entre les systèmes épistémiques. Ce qui équivaut à dire que philosophiquement la méthode axiomatique implique la conciliation des systèmes épistémiques dualistes. Et ce dualisme repose sur la distinction radicale qui est établie entre sciences rationnelles et sciences expérimentales, entre sciences formelles et sciences du réel. La méthode axiomatique a, à cet effet, concilié le rationnel et l'expérimental, le logique et l'intuitif. Il existe dans toutes les sciences un rationnel et un réel, un abstrait et un concret.

Mots-clés : Méthode axiomatique, systèmes épistémiques, systèmes cognitifs, axiomatiser, unicité heuristique, dualisme, procession scientifique, dédoublement axiomatique, ébranlement, antinomie.

ABSTRACT

This scientific article demonstrates heuristic uniqueness, that is to say the only way through which one can access knowledge and scientific discovery, whatever the epistemic object. This heuristic uniqueness made possible by the axiomatic method will make it possible to undermine the dualism between the epistemic and cognitive systems. The axiomatic method scientifically involves economy of thought. It makes it possible to think the multiple starting from the one. It makes it possible to identify all the elements, within a given cognitive system, stating an apodictic certainty, an indubitable truth on the basis of which one would refer in order to better advance in the

development of the system, in its form as well as in its content. These scientific implications make it possible to axiomatize all deductive theories. The axiomatic method has shaken the existing dualism between epistemic systems. Which is equivalent to saying that philosophically the axiomatic method implies the reconciliation of dualistic epistemic systems. And this dualism rests on the radical distinction which is established between rational sciences and experimental sciences, between formal sciences and sciences of the real. The axiomatic method has, for this purpose, reconciled the rational and the experimental, the logical and the intuitive. There exists in all the sciences a rational and a real, an abstract and a concrete.

Keywords: *axiomatic method, epistemic systems, cognitive systems, axiomatization, heuristic uniqueness, dualism, scientific procession, axiomatic splitting, undermining, antinomy.*

INTRODUCTION

La constitution et le développement de la méthode axiomatique intéresse non seulement le travail scientifique, ils se projettent aussi sur des problèmes philosophiques dont la portée s'élargit en philosophie des mathématiques, philosophie de la science et philosophie de la connaissance.

La philosophie, d'après la perspective hégélienne exprimée dans sa métaphore de la chouette de minerve, jouerait le rôle d'évaluation des systèmes épistémiques, après qu'ils seront complètement élaborés ou achevés. De ce point de vue, la science et la connaissance en général deviennent l'objet principal de la philosophie.

Il s'avère, cependant, que les systèmes épistémiques et cognitifs en général versent dans une sorte de dualisme où les uns se considèrent plus élaborés que les autres, et que cela conduise à des débats interminables au fil du temps. Or, la procession scientifique est unique dans tous les domaines, et que la seule différence est d'ordre méthodologique où l'on note pour chacune des disciplines un objet précis, les objectifs poursuivis, et les méthodes et techniques à employer. Selon que l'on traite des objets différents, l'on n'est souvent tenté de considérer un système épistémique uniquement par son objet et de le considérer comme le mieux élaboré et le meilleur de tous ; minimisant ainsi les autres systèmes tant cognitifs et épistémiques.

L'objectif poursuivi dans la présente étude est de démontrer l'*unicité heuristique*, c'est-à-dire l'unique voie au travers de laquelle on peut accéder à la connaissance et à la découverte scientifique, quel que soit l'objet épistémique. Cette *unicité heuristique*, rendue possible par la méthode axiomatique, permettra d'ébranler le dualisme entre les systèmes épistémiques et cognitifs.

Ainsi donc, pour la commodité de l'exposé, nous divisons cette étude en trois points, dont le premier montrera les vertus de la méthode axiomatique,

caractérisée par la quête des fondements et de solidité, comme il en a été pour les mathématiques. Le deuxième point va démontrer l'inanité du dualisme existant entre les types des sciences. Enfin, nous allons toucher à la substantifique moelle, qui est l'ébranlement du dualisme par la démonstration de la tension de la pensée vers la connaissance, laquelle tension conduit à l'*unicité heuristique*.

I. LES FONDEMENTS DES MATHÉMATIQUES

Le problème des fondements des mathématiques s'est posé avec acuité lors de la crise de la théorie des ensembles. Cette théorie semblait pouvoir servir de sol sur lequel faire reposer toute la mathématique. Or, on s'aperçut qu'elle conduisait à un certain nombre de paradoxes ou antinomies.

1.1. Des antinomies en mathématiques

Robert Blanché définit ainsi une antinomie comme :

« (...) une simple contradiction. Quand on aboutit à une contradiction, on en conclut que cette proposition est fautive, on l'écarte donc, et les choses s'arrêtent là. Cependant, si cette fausseté à son tour ou, ce qui revient au même, si la négation de la proposition initiale, conduit-elle aussi à une contradiction, alors il nous faut rejeter aussi la négation de la proposition initiale que son affirmation, ce qui viole le principe de l'alternative du vrai et du faux et nous laisse, cette fois, dans l'embaras »¹.

Ainsi, la plus célèbre antinomie dans la pensée logico-mathématique contemporaine est sans doute celle « des ensembles qui ne se contiennent pas eux-mêmes » que Bertrand Russell signala à Gottlob Frege. Un élément qu'on notera E, contient des éléments ; si x est élément de E, on écrira : $x \in E$. Mais, un ensemble peut appartenir lui-même à un autre ensemble, par exemple, un livre est un ensemble de pages, mais est un élément de l'ensemble des livres d'une bibliothèque. La question suivante se pose alors : « ne peut-on pas aller plus loin ? Un ensemble étant défini par une propriété (qui caractérise ses éléments), si tout objet qui a cette propriété est automatiquement un élément de l'ensemble, dans le cas où cette propriété serait possédée par l'ensemble lui-même, il en résulterait qu'il serait élément de lui-même »².

Le catalogue d'une bibliothèque, par exemple, mentionne tous les livres qu'elle contient ; mais en tant qu'il est aussi un livre de la bibliothèque, il devrait se mentionner lui-même ; on a là l'exemple d'une classe qui se contient elle-même.

Le problème était donc grave puisque ces antinomies apparaissaient dans les théories qui se passaient du recours à l'évidence et à l'intuition, pour ne

¹ R. BLANCHE, *L'Epistémologie*, PUF, Paris, 1972, p. 100.

² Michel COMBES, *Fondements des mathématiques*, PUF, Paris, 1971, p. 10.

s'appuyer que sur la seule cohérence formelle ; les bases logiques de ces théories étaient ainsi mises en question. Comme il ne s'agit pas ici d'entrer dans le détail des problèmes posés par la mathématique, disons simplement que les solutions furent cherchées dans trois grandes directions qui recouvrent à peu près l'ensemble des écoles mathématiques ; ce sont : le logicisme, l'intuitionnisme, et le formalisme.

1.2. Les grands courants mathématiques

a) Le logicisme

C'est la voie ouverte par Frege et Russell. Elle consiste à reconstruire les mathématiques à partir de la logique. Cela permet à Russell de fixer un certain nombre de règles logiques afin d'éviter les paradoxes. C'est sa fameuse théorie des types, qui est en quelque sorte l'établissement d'une hiérarchie des objets, en mettant un écart entre une classe et ses éléments. On aura ainsi d'abord les individus, ensuite les classes d'individus, puis les classes des classes d'individus, etc.

Ainsi Blanché commente-t-il cette théorie russellienne des types de la manière suivante :

« selon cette théorie, que Russell développa ultérieurement dans un article de 1908 et qu'il reprendra dans principia mathaematica, la classe à laquelle appartient les individus derniers, lesquels peuvent être regardés comme de type 0, est de type 1 ; une telle classe peut à son tour, non seulement être incluse, en tant que classe d'individus, dans une classe plus vaste, mais aussi appartenir en tant que totalité, c'est-à-dire dans ce qui lui donne son individualité propre, à une autre classe, qui sera alors de type 2 : par exemple, la classe des apôtres, celle des mois de l'année, celle des maréchaux de Napoléon, appartiennent à la classe des douzaines et ainsi de suite. La restriction imposée par cette théorie est donc que la classe à laquelle appartient l'individu (dernier ou non) doit être de type immédiatement supérieur au sien. De sorte qu'un énoncé de la forme $x \in x$ est interdit. L'antinomie à laquelle conduit la notion d'une classe qui se contient elle-même comme élément est ainsi évitée, puisqu'une telle notion ne se laisse plus construire »³.

Le célèbre paradoxe du menteur se trouve par là-même écarté, car il consistait en une proposition qui dit quelque chose qui se rapporte à elle-même, sans distinguer le type auquel elle appartient, et celui des propriétés dont elle parle.

b) L'intuitionnisme

Ce courant, représenté par Heyting et Brouwer, voit dans les antinomies le résultat de l'utilisation imprudente de la notion d'infini, alors que la logique

³ R.BLANCHE, *La logique et son histoire d'Aristote à Russell*, Amand Colin, Paris, 1970, p. 327.

est habituée à raisonner sur des séries finies. Empruntons un exemple chez Michel Combès :

« On peut poursuivre indéfiniment le développement du nombre : 3,1415... trouvera-t-on un jour la série ordonnée 0123456789 ? Si on la découvre, on dira qu'elle existe ; mais en attendant, pour le savoir, il faudrait être parvenu au terme du développement, ce qui par définition est impossible. L'alternative : ou bien cette série existe, ou bien elle n'existe pas, n'a donc pas de sens. C'est pourquoi, d'une part, on ne peut se contenter d'une logique bivalente, c'est-à-dire avec les seules valeurs de vérité du vrai et du faux ; d'autre part, on ne reconnaîtra finalement d'existence qu'aux notions qui sont effectivement construites par la pensée. Heyting les définit ainsi : « les mathématiques intuitionnistes consistent en constructions mentales ; un théorème mathématique exprime un fait purement empirique, à savoir le succès d'une certaine construction. « $2+2=3+1$ » doit être lu comme une abréviation pour la proposition : « j'ai effectué les constructions indiquées par « $2+2$ » et « $3+1$ » et j'ai trouvé qu'elles conduisaient au même résultat »⁴.

En outre, dans son opposition à ce que l'on appelle généralement le programme formaliste de Hilbert, l'intuitionnisme se situe également sur le plan des métamathématiques, mais propose une approche constructiviste (ou génétique), par opposition à la conception non-constructiviste de la preuve, propre au formalisme hilbertien.

Le premier point d'achoppement entre ces deux courants porte sur l'infini actuel de Cantor. Ce dernier est le fondateur de la théorie des ensembles, qu'il développe dès 1874. Dans ses premières publications, il démontre que l'ensemble des réels est plus grand que celui des entiers naturels. Ce qui introduit l'idée que des ensembles infinis peuvent être de tailles différentes, bouleversant ainsi la conception classique de l'infini⁵.

Le deuxième point d'achoppement, dans la continuité du premier, se porte sur le statut de la preuve. Pour les intuitionnistes, une preuve est une opération mentale, fondée sur l'intuition. Ce qui les conduit à s'opposer au principe du tiers exclu. Même si on démontre que *non-p* est faux (et donc, par identité, que *non-non-p* est vrai), il reste encore à prouver que *p* est vrai, car la double négation est considérée chez les intuitionnistes comme inférieure à l'affirmation.

On peut résumer grossièrement la pensée intuitionniste en deux thèses, pour reprendre les propos de Heyting, le successeur de Brouwer :

- 1° *La mathématique n'a pas seulement une signification formelle mais aussi un contenu ;*
- 2° *Les objets mathématiques sont saisis immédiatement par l'esprit pensant. La connaissance mathématique est par suite indépendante de l'expérience »⁶.*

⁴ Michel COMBES, *Op.cit.*, p. 46.

⁵ Lire à ce sujet, Jean-Claude DUMONCEL, *Philosophie des mathématiques*, Ellipses, Paris, 2002.

⁶ *Idem*, p. 28.

Il en résulte un rapport à la réalité différent de celui des formalistes, pour qui les questions concrètes ne doivent pas intervenir dans les développements mathématiques.

c) *Le formalisme*

Cette perspective ouverte par Hilbert a permis de nombreux résultats. On peut la résumer ainsi : « établir la consistance du système en démontrant qu'il est tel que la contradiction n'y puisse surgir »⁷. Il s'agira, en d'autres termes, étant donné une théorie mathématique, de montrer que l'axiomatique qu'on en propose constitue bien son assise rationnelle. Un tel système doit remplir deux conditions au moins : la consistance et la complétude.

Ainsi, un système est consistant s'il est impossible d'y démontrer à la fois une proposition p et sa contradiction $non-p$; il est complet si de p et sa contradictoire $non-p$, au moins l'une peut être démontrée à partir des axiomes.

Seulement cette démonstration ne peut être faite à l'intérieur du système que l'on veut juger : il faut construire un nouveau langage « métamathématique », qui prend le système mathématique lui-même pour objet. Il ne faut pas voir là un échec de la pensée formelle, mais simplement le fait que, d'une part, il n'est pas toujours possible d'organiser dans un système formel tous les résultats auxquels la pensée rationnelle peut parvenir ; de l'autre, que s'il n'est pas possible de donner aux mathématiques un fondement complètement absolu, toutes ces recherches ont largement agrandi leur domaine. Cela signifie donc plutôt que les mathématiques ne peuvent pas être achevées et que plusieurs constructions sont possibles.

1.3. Les mathématiques et l'expérience

De Platon à Kant, la philosophie oscille sur ce problème entre le rationalisme et l'empirisme. Pour Platon, les mathématiques nous ouvraient l'accès du monde intelligible. Cependant, à partir de Galilée, pour qui la nature est « *un livre écrit en langage mathématique* »⁸, se pose la question de comprendre comment elles nous permettent de l'expliquer.

La philosophie classique de XVII^e siècle résoudra le problème en faisant intervenir l'intelligence divine créatrice des vérités mathématiques et garante de leur accord avec le réel. Cette position est très nette chez Descartes et Malebranche, et se trouve, bien que sous une forme différente, chez Leibniz.

L'empirisme, au contraire, voit dans les idées mathématiques des produits de l'expérience, c'est-à-dire de ce qui nous est donné dans la sensation et la perception ; ainsi, par exemple, un fil tendu permettrait d'accéder à l'idée de

⁷ R. BLA NCHE, *L'Épistémologie*, p. 103.

⁸ VERGEZ, André et HUISMAN, Denis, *Histoire des philosophes : Illustrée par les textes, troisième partie, la philosophie moderne*, Fernand Nathan, Paris, 1956, p. 16.

ligne droite...mais il est facile de voir que si cette position a quelque sens pour la géométrie euclidienne, elle est difficilement soutenable pour d'autres branches de la mathématique, ou pour les géométries non-euclidiennes ; de plus elle est incompatible avec l'effort réalisé par la pensée formelle, tant logique que mathématique, pour évacuer tout recours à l'évidence et à l'intuition. En un sens donc, le rationalisme et l'empirisme se rejoignent, dans la mesure où les objets mathématiques auraient une existence réelle et seraient susceptibles d'une représentation dans l'intuition.

Comment comprendre alors que les mathématiques soient le langage privilégié des sciences physiques ? Frege et Russell ont essayé de montrer qu'il y avait homogénéité entre la logique et les mathématiques, en reconstruisant les notions principales de celle-ci à partir de celle-là ; d'autre part, nous savons, notamment grâce aux travaux du philosophe Wittgenstein, que les formules de la logique sont des tautologies.

Dans ce cas, on parlera de lois « logico-mathématiques » tout simplement, qui, en tant qu'elles sont vides de sens, valent pour tous les mondes possibles. C'est pourquoi il n'y a pas à postuler une harmonie mystérieuse entre la raison et la nature, puisque ces lois valent aussi bien pour ce monde - ci. La pensée rationnelle ne retrouve pas comme par miracle dans ses calculs ce qui lui est extérieur, mais rien d'autre que ce que ses conventions lui permettent de construire.

Cette illustration de Blanché est importante :

« On admire que, quand nous comptons des cailloux, nous trouvions précisément que 2 cailloux et 2 cailloux fassent 4 cailloux. Or, si je trouve en effet 4 cailloux, ce n'est ni parce que la nature obéit mystérieusement aux exigences de la pensée, ni parce que c'est là un fait contingent et qu'il eût pu aussi bien arriver, si le cours de la nature eût été autre, que j'en trouve 3 ou 5. C'est simplement parce que je dis la même chose, en vertu des conventions de langage que j'ai posées, quand je dis 2+2 et quand je dis 4. Il ne s'agit pas là d'une vérité d'expérience reliant deux faits, ni d'une vérité éternelle tombant du ciel dans l'esprit humain ; il s'agit simplement d'une équivalence entre deux expressions, résultant des règles que j'ai arbitrairement fixées pour l'usage des signes 2, 4, + et = »⁹.

De plus, les transformations de la physique moderne ont profondément modifié la conception euclidienne et newtonienne que l'on se faisait de la nature jusqu'au début de ce siècle. Disons simplement que le monde physique cesse d'être conçu de façon réaliste comme un ensemble de choses disposées dans un cadre spatio-temporel, dont les sciences physiques essaieraient de saisir les relations de cause à effet. En réalité, écrit G. Bachelard, « il n'y a pas de phénomènes simples ; le phénomène est un tissu de relations. Il n'y a pas de « nature » simple, de substance simple ; la substance est une texture d'attributs »¹⁰.

⁹ R. BLANCHE, *L'Epistémologie*, p. 82.

¹⁰ Gaston BACHELARD, *Le nouvel esprit scientifique*, PUF, Paris, 1966, p. 148.

Les sciences physiques ne décrivent donc nullement la nature, mais, construisent des modèles plus ou moins complexes et plus ou moins commodes selon le secteur envisagé, permettant de la rendre intelligible. Précisons rapidement que l'emploi dans les sciences physiques de ce terme vient des mathématiques, et s'il désigne l'interprétation ou encore la réalisation, au sens vu plus haut, dans un ordre de phénomènes particuliers d'une structure abstraite plus fondamentale ; ces structures abstraites étant mathématiques, on voit là encore pourquoi l'explication physique passe forcément par l'instrument mathématique.

A ces propos, Gaston Bachelard écrit :

« La pensée scientifique est alors entraînée vers des » constructions » plus métaphoriques que réelles, vers des « espaces de configuration » dont l'espace sensible n'est, après tout, qu'un pauvre exemple. Le rôle des mathématiques dans la physique contemporaine dépasse donc singulièrement la simple description géométrique. La mathématisation est non plus descriptive mais formatrice. La science de la réalité ne se contente plus du comment phénoménologique, elle cherche le pourquoi mathématique »¹¹.

Partant, ces débats entre le rationalisme et l'empirisme que la mathématique a tenté de résoudre, ont engendré le dualisme dans la science.

II. LE DUALISME ENTRE SYSTEMES EPISTEMIQUES

Nous venons de montrer comment les lois de la physique s'expriment au langage mathématique. Quoi que cela puisse être le cas, mais toute leur substance dérive incontestablement de l'expérience. De l'autre côté, nous avons l'arithmétique et la logique qui sont des sciences rationnelles, quoi que leurs théorèmes s'appliquent à l'expérience. Blanché pense que ces sciences seraient purement rationnelles si elles ne faisaient pas appel à l'intuition.

La question que l'on peut se poser à ce sujet est de savoir s'il existe réellement des sciences purement rationnelles, et les sciences purement expérimentales. Il convient de clarifier d'abord le sens de ces types de sciences.

2.1. Les sciences rationnelles et les sciences empiriques

Classiquement, on distingue deux groupes des sciences : d'une part les sciences rationnelles, et les sciences expérimentales de l'autre. Les premières « n'ont pas besoin, pour être vraies, que leurs objets soient réels, et les secondes n'ont pas besoin, pur exister, que leurs objets soient intelligibles. »¹²

¹¹ Gaston BACHELARD, *La formation de l'esprit scientifique : Contribution à une psychanalyse de la connaissance objective*, Vrin, Paris, 1965, p. 5.

¹² R. BLANCHE, *L'Axiomatique*, p. 90.

Dans ce registre, Blanché se pose la question de savoir où situer la géométrie, dans l'infime mesure où l'intervention de l'intuition spatiale interdisait de réduire le contenu de cette discipline à un système des propositions analytiques. Difficile de situer la géométrie dans l'un ou l'autre type des sciences, simplement parce que « *ses vérités (...) s'imposaient si bien à l'esprit qu'on ne pouvait guère les rapporter aux simples contingences de l'expérience* »¹³. Cela fut le cas, par le fait que la géométrie classique paraissait à la fois pure et intuitive, car elle formait un mixte, réunissant en une science apparemment unique deux disciples distincts, qui sont maintenant dissociées : une géométrie pure et une géométrie appliquée.

La première est représentée par la théorie axiomatique, où le sens intuitif des termes et des propositions est délibérément écarté, et dont la vérité se mesure à la seule cohérence logique, sans appel à l'expérience ; tandis que la seconde, étant essentiellement intuitive, se fonde sur des lois physiques.¹⁴ L'on comprend là qu'avec la géométrie pure, on saisit le réel sans passer par l'expérience.

Comment cela est-il possible ? Comment la raison peut-elle, sans le secours de l'expérience, nous faire connaître des propriétés du réel ? Einstein de répondre : « *la parfaite clarté sur ce point me semble avoir été mise à la portée de chacun, grâce au courant que les mathématiciens nomment : l'axiomatique. Le progrès réalisé par l'axiomatique consiste en une claire et nette séparation de l'intuitif et de la logique : d'après l'axiomatique, seuls les faits logiques et formels forment l'objet de la science mathématique, mais non l'élément intuitif qui peut s'y rattacher* »¹⁵. Cette thèse einsteinienne véhicule en quelque sorte l'idée selon laquelle la méthode axiomatique permet d'accéder aux propriétés du réel sans le recours à l'expérience. Cela étant, la méthode axiomatique concilie donc le dualisme existant entre les systèmes cognitifs. Avant de comprendre exactement le comment de cette conciliation, il sied de voir la distinction des sciences établie par l'empirisme logique.

2.2. La conception dualiste de l'empirisme logique

Un philosophe français, Louis Vax, définit l'empirisme logique comme « *un courant philosophique dont les trois manifestations principales furent l'atomisme logique en Grande-Bretagne, le néo-positivisme ou positivisme logique issu du Cercle de Vienne, et la philosophie logique contemporaine qui, particulièrement florissante aux États-Unis, tend à reconquérir l'Europe continentale. Ces philosophies présentent des traits communs : attachement à l'expérience sensible, défiance à l'égard de la*

¹³ R. BLANCHE, *L'Axiomatique*, p. 90.

¹⁴ Cfr. *Ibidem.*, p. 91.

¹⁵ Albert EINSTEIN, *La géométrie et l'expérience*, cité par R. BLANCHE, *L'Axiomatique*, p. 91.

spéculation et des prétendues évidences du sens intime, goût de la rigueur logique dans les inférences, effort vers la clarté et la netteté dans l'exposé »¹⁶.

Explicitement, l'empirisme logique est une orientation de la philosophie contemporaine qui emprunte à la science ses méthodes d'observation des faits et son esprit, condamnant ainsi tout recours à la métaphysique¹⁷. Car, celle-ci, dans la perspective même de cet empirisme logique, menacerait l'existence, voire le statut de la science. C'est un courant qui critique sans tendresse la métaphysique. C'est ainsi que, l'un des pionniers de ce courant, Rudolph Carnap dit : « (...) *la métaphysique est un simple mythe assimilable à la poésie. (...) le métaphysicien est musicien sans talent musical* »¹⁸.

Selon le positivisme, la plupart des énoncés métaphysiques ne sont ni vrais ni faux : ils ne seraient que « non-sens », dans la mesure où il ne s'agit ni d'énoncés analytiques, ni d'énoncés synthétiques. Avec le passage du positivisme au positivisme logique, la critique de la métaphysique est passée d'une critique sur ses méthodes et ses thèses à une critique sur sa signification elle-même.

En vue de forclure la métaphysique, l'empirisme logique établit entre deux sortes de sciences une séparation plus radicale entre les sciences. Il met d'un côté les sciences formelles, et d'autre part les sciences du réel.

2.3. Les sciences formelles

L'empirisme logique voit dans les sciences formelles la logique et la mathématique. Considérée sous la forme épurée que leur donne la présentation axiomatique, ces sciences sont formelles en ce sens qu'elles sont entièrement vidées de toute signification extérieure, elles ne nous apprennent strictement rien sur le réel ; leurs énoncés, purement analytiques, concernent seulement les transformations du discours¹⁹.

2.4. Les sciences du réel

Celles-ci peuvent certes être exprimées en langage logico-mathématique, mais pas nécessairement, dans l'infime mesure où elles pourraient s'en passer sans rien perdre de leur contenu. Car celui-ci leur est entièrement fourni par l'expérience.

Alors, dans quelle mesure la méthode axiomatique concilie-t-elle ce dualisme ?

¹⁶ Cfr. L. VAX, *L'Empirisme logique*, Paris, PUF, 1970, p. 5. Nous soulignons atomisme logique.

¹⁷ *Idem*.

¹⁸ Antonia Soulez, *Manifeste du cercle de Vienne et autres écrits : Le dépassement de la métaphysique par l'analyse logique du langage*, P.U.F, Paris, 1985, p. 176-177.

¹⁹ Cfr. R. BLANCHE, *L'Axiomatique*, p. 92.

III. L'ÉBRANLEMENT DU DUALISME

Loin de se cantonner dans le domaine géométrique initial, l'axiomatique s'est en effet rapidement étendue de part et d'autre : vers l'arithmétique et la logique, vers la mécanique et la physique. L'axiomatique intéresse aujourd'hui l'ensemble des sciences, contrairement à ses débuts où elle ne s'intéressait qu'à la géométrie, l'arithmétique, la logique et la physique.

Démontrant comment l'axiomatique ébranle et concilie le dualisme entre les systèmes épistémiques, Blanché parle de *dédoublement axiomatique*²⁰.

3.1. Le dédoublement axiomatique, "élément conciliateur"

Le dédoublement véhicule l'idée selon laquelle toute science est à la fois rationnelle et expérimentale, à la fois abstraite et concrète. Comme ce fut le cas pour la géométrie, où le dédoublement avait permis qu'on ait d'une part la géométrie pure et, d'autre part, la géométrie appliquée, pour des raisons de compréhension, alors qu'au fond, le contenu reste le même.

Or, selon Blanché, ce n'est pas à l'intérieur de la seule géométrie que passe la coupure entre le rationnel et l'expérimental, le logique et l'intuitif : le dédoublement axiomatique joue dans toutes les sciences ou, en tout cas, dans toutes celles qui sont suffisamment avancées pour se prêter à l'organisation déductive.

Si on met par exemple la mécanique ou l'optique sous la forme d'une axiomatique symbolisée, le lecteur cesse d'être en présence d'une science du réel, il se trouve devant un système formel, vidé de tout contenu empirique, où, d'après la boutade de Russell sur la mathématique axiomatisée « *l'on ne sait pas de quoi on ne parle ni si ce qu'on dit est vrai.* »²¹ Inversement, en face d'une axiomatique abstraite, quand on assigne aux axiomes une interprétation valable dans un certain domaine du réel, tout s'illumine. Ainsi : « *les symboles prennent un sens concret, les formules une vérité empirique. Il n'est même pas nécessaire pour cela que l'application tombe dans ce qu'on nomme habituellement le monde physique : une traduction arithmétique ou logique fait aussi bien l'affaire. Car la notion usuelle du nombre, par exemple, abstraite quand on la compare au tas de billes, devaient une interprétation concrète par rapport à l' x qui figure dans les axiomes,*

²⁰ La caractéristique du dédoublement axiomatique est qu'elle est en elle-même rationnelle et empirique. Rationnel, du point de vue de sa constitution, empirique, du point de vue de l'interprétation des axiomes.

²¹ R. BLANCHE, *L'axiomatique*, p. 33. Outre cette boutade russellienne, Blanche présente également la boutade de Poincaré : « *la mathématique est l'art de donner le même nom à des choses différentes* ». De ces deux boutades, à en croire Blanché, la première vaut pour toute axiomatique en général, alors que la seconde convient réellement à l'axiomatique.

et de même pour les notions logiques de négation, d'implication, d'appartenance à une classe, etc. »²²

Ce même dédoublement se joue dans toutes les sciences : « Il divise longitudinalement toute l'échelle des sciences, depuis la logique jusqu'aux sciences morales »²³. Mais, la seule différence, et elle n'est que de degré, c'est que les premières prennent plus aisément la forme axiomatique, de sorte qu'on y reconnaît mieux la possibilité d'une lecture abstraite. C'est ce qu'on a appelé l'axiomatique formelle, qui passe par le symbolisme et la formalisation. Ces deux procédés font que ces sciences soient qualifiées d'abstraites. Nous pensons que cela est une façon d'apprécier les choses sans une étude approfondie, une étude vraiment poussée.

Nous sommes d'avis avec Blanché quand il dit :

*« il n'y a pas des sciences abstraites et des sciences concrètes, des sciences rationnelles et des sciences empiriques. Il y a, premièrement, entre les sciences, les degrés divers d'abstraction et de rationalité, qui permettent de les ordonner en série. Il y a ensuite, pour chacune d'elles, possibilité d'une double lecture : abstraite, rationnelle et formelle, ou concrète, empirique et matérielle. »*²⁴

Ainsi peut-on employer le mot de logique ou celui de mathématique pour désigner la lecture abstraite d'une théorie axiomatisée quelconque. Quel que soit le domaine, l'arithmétique, l'optique, etc. sur lequel on aura édifié une axiomatique, celle-ci sera une pure construction logique, en ce sens qu'elle peut aussi, en un autre sens, représenter une théorie logique, aussi bien qu'une théorie arithmétique ou autre, selon l'interprétation qu'on donnera des symboles, et si l'ensemble de ses axiomes se laisse traduire en propositions de logique.

Par ailleurs, la vieille distinction entre science rationnelle et science empirique, lieu commun de l'épistémologie depuis l'époque de Francis Bacon, mérite sans doute d'être conservée, mais à la condition qu'on cesse d'y confondre deux acceptions qui ne se recouvrent que partiellement, et que l'axiomatique permet de dégager clairement l'une de l'autre : « Ou bien on l'attend comme une nette dichotomie, et alors elle ne divise pas les sciences en deux classes, elle marque une dualité intérieure à chaque science. Ou bien l'on veut ainsi distribuer les diverses sciences, mais dans ce cas la séparation est indéfinie et relative, comme celle d'une assemblée d'hommes qu'on répartirait en grands et petits. »²⁵

L'opposition des sciences formelles et des sciences du réel n'est justifiable que dans la mesure où, superposant ces deux distinctions, on appelle formelles

²² R. BLANCHE, *L'axiomatique*, p. 93.

²³ *Idem*

²⁴ *Ibid.*, pp. 93-94.

²⁵ *Ibid.*, p. 95.

celles qui, ayant atteint les premières un haut degré d'abstraction, se prêtent par excellence à un traitement axiomatique, et sciences de réel celles qui, moins avancées, se laissent difficilement détacher des interprétations concrètes. Ce faisant, on caractérise moins deux espèces de sciences que deux types idéaux qui se réalisent inégalement dans les diverses sciences ou, mieux encore, deux pôles de la pensée scientifique.

Ce dédoublement axiomatique, ébranlant le dualisme scientifique, est mieux compris quand on explicite comment l'esprit tend vers la connaissance. Tâche certainement ardue que l'on va essayer de démontrer.

3.2. La tension de la pensée vers la connaissance

F. Gonseth dit que la méthode axiomatique nous permet de voir comment la pensée procède dans la connaissance. Il affirme que celle-là nous apporte des opérations cognitives, un modèle concret, sur lequel on peut essayer une lecture abstraite²⁶. C'est donc par une tension bipolaire, selon Blanché que la pensée tend vers la connaissance.

3.2.1. La tension bipolaire de Blanché

Ces deux pôles sont, selon Blanché : *l'abstrait et le concret*. Le premier ne se définit que comme vecteur de la connaissance, dans la mesure où il permet de faire une régression axiomatique, régression grâce à laquelle on découvre un antérieur non assimilé. C'est pourquoi, de la géométrie de Hilbert on peut remonter à celle d'Euclide, de celle-ci à la géométrie des Orientaux, de cette dernière à d'autres formes plus primitives : on va ainsi en direction du concret, on n'atteint jamais un concret pur, privé de toute conceptualisation, comme celui que l'empirisme feint d'étaler devant l'esprit.

Ouverte par le bas, la connaissance est également ouverte par le haut. Un abstrait n'est dernier que provisoirement. Et il n'est jamais pensé seul, jamais présenté à l'esprit comme sur un tableau. Il n'apparaît que réalisé dans un modèle, fût-ce seulement le modèle symbolique. Pas plus que de contenu informe, nous ne connaissons de forme pure.

En ce sens, Blanché affirme qu'il peut certainement y avoir un vide de pensée, mais il ne saurait y avoir de pensée vide. Pour penser effectivement le rien, il faut le représenter par quelque chose : une croix, le chiffre zéro, la mention « néant ». Pour penser une structure abstraite, il faut lui donner, sur le papier, une forme concrète. La pensée transcende le système de signes, elle doit le survoler pour le saisir comme tel, mais sans lui, à défaut d'un contact direct avec les choses, elle se perd dans l'indéterminer. C'est pour dire que le concret et l'abstrait sont indissociables.

²⁶ Cfr. F. GONSETH, *Les mathématiques et leur réalité, essai sur la méthode axiomatique*, cité par R. BLANCHE, *L'Axiomatique*.

Cette tension bipolaire qui est la condition de toute connaissance, apparaît avec netteté particulière dans la pensée axiomatique : « *Les notions un peu vagues de la théorie de la connaissance – concret et intuition, forme et contenu- s'y précisent dans la corrélation qu'elle établit entre la structure abstraite et la réalisation concrète, entre le schéma et le modèle. Et il est vrai que les génies sont divers, que tel excelle à lire dans le concret l'abstrait, tel autre à interpréter l'abstrait par le concret* »²⁷.

Dès lors, on voit quelles attitudes philosophiques la méthode axiomatique contrarie, et quelles elle favorise. Elle répugne à un dogmatisme de la synthèse, au rêve d'un point de départ absolu qui assurerait à la déduction une sécurité définitive. C'est à la totalité de la science qu'elle étend maintenant la forme hypothético-déductive.

Sur tout le front des sciences, selon Blanché, nous remarquons ce mouvement de l'esprit qui lui fait traiter bientôt ses propres créations comme un donné, à dépasser en une abstraction supérieure. Le concret « *c'est de l'abstrait rendu familier par l'usage* », dit Blanché. La même idée est soutenue par un Marcel Jousse.

3.2.2. Les trois principes de Marcel Jousse²⁸

Cet auteur s'est évertué à comprendre comment l'homme acquiert la connaissance, les mécanismes qui lui permettent de mémoriser quelque chose. Il pense qu'il y a deux mouvements dialectiques dans l'acte de la connaissance : *l'impression et l'expression*. L'homme imprime le monde qui est un macrocosme à ces deux principes : le *rythmisme* et le *bilatéralisme* ; et l'exprime, en tant que microcosme, à travers un troisième principe : le *formulisme*.

Le rythmisme situe l'homme, que Marcel Jousse appelle *anthropos*, dans un univers composé d'un complexe d'énergie pelotonnée. Il est un microcosme conscient qui rejoue cinématiquement, *mimographiquement* et *mimoplastiquement* un macrocosme inconscient²⁹.

Le bilatéralisme définit l'*anthropos* comme un être à deux battants. Placé au centre, il partage le cosmos selon sa structure bilatérale et corporelle du haut et du bas, de la gauche et de la droite, d'avant et d'arrière. La loi du bilatéralisme nous conduit à accepter que les gestes humains, conscients ou inconscients, tendent à se jouer et à se rejouer sans fin. De cette façon, nous remarquons et acceptons aussi qu'ils concourent d'eux-mêmes à une stéréotypie qui facilite l'expression. C'est le formulisme, troisième principe.

Le formulisme favorise l'apparition des chefs-d'œuvre de l'expression humaine. C'est à partir de lui que nous exprimons le monde dans le langage scientifique, c'est-à-dire nous construisons la connaissance. Celle-ci est donc

²⁷ R. BLANCHE, *L'Axiomatique*, pp. 98-99.

²⁸ Lire la partie sur le problème de la connaissance, dans son ouvrage intitulé : *L'Anthropologie du geste*, Gallimard, Paris, 1974.

²⁹ Cfr. Marcel JOUSSE, *L'Anthropologie du geste*, pp. 61-62, 105-107.

« une prégnance du réel et une expression du monde, joignant en elle-même le concrétisme et l'algèbrorisme »³⁰. C'est-à-dire pour Jousse, ce que nous appelons abstrait n'est pas tout à fait abstrait, ce que nous appelons concret n'est pas tout à fait concret. Il existe toujours un concret dans l'abstrait, et un abstrait dans le concret. Nous voyons chez G. Bachelard quasiment la même trilogie.

3.2.3. *Les trois états de l'esprit de G. Bachelard*

Selon lui, la formation de l'esprit scientifique passe par trois états : l'état concret, l'état concret-abstrait et l'état abstrait³¹.

Dans le premier état, l'esprit s'amuse d'image du phénomène et s'appuie sur une philosophie glorifiant la nature et chantant l'unité et la diversité du monde. Avec le second, l'esprit adjoint à l'expérience des schémas géométriques, tout en s'appuyant sur une philosophie de simplicité ; alors dans l'état abstrait, l'esprit entre en lutte avec la réalité sensible, impure et informe.

Répondant exactement à la question de savoir comme la pensée procède pour parvenir à la connaissance, Bachelard situe la réponse historiquement, c'est-à-dire dans la science ancienne et dans la science nouvelle.

Dans la science ancienne, il y a le paradigme « logologique ». Ici, il faut se faire des idées claires et distinctes qui sont des représentations des phénomènes dans l'esprit, les enchaîner pour obtenir des conclusions à la fois logiquement cohérentes, et donc certaines.

Dans la science nouvelle, il s'agit d'une philosophie d'enquête, c'est le paradigme constructiviste qui domine. Ici, pour obtenir des idées claires et distinctes, il faut d'abord qu'il y ait contact intensionnel du sujet avec l'objet, il faut un regard empirico-critique opératoire. C'est-à-dire, il faut raisonner en observant, et observer en raisonnant.

3.2.4. *Les quatre opérations de Denis Vernant*

Dans le processus de la connaissance, Denis Vernant dit que l'esprit effectue généralement quatre opérations. Ces opérations sont en parfaite similitude avec ce que Blanché a appelé étapes de la science, que nous avons exposées au deuxième chapitre. De façon schématique, Vernant ces quatre opérations de la manière suivante :

a) La recension des savoirs pré-théoriques

Cette opération est la première dans le processus de la connaissance. Elle consiste à la recollection des données empiriques sur le domaine d'objets que l'on étudie. Cavailles pense qu'une axiomatique pourrait être conçue comme

³⁰ Marcel JOUSSE, *op. cit.*, p. 86.

³¹ Lire son ouvrage : *La formation de l'esprit scientifique. Contribution à une psychanalyse de la connaissance objective.*

un pur jeu formel, combinatoire et arbitraire, si on ignorait le point de départ de la théorie déductive qu'elle se propose de rigorer. C'est ainsi qu'il affirme : « Dans notre perspective d'une opération d'axiomatisation d'une théorie, nous partons d'une enquête empirique initiale : Toute pensée effective suppose application de la pensée abstraite à une intuition »³².

b) La théorisation proprement dite

Cette deuxième opération est celle où s'élaborent la description, l'analyse et l'explication conceptuelles du domaine. « Une théorie est composée d'un ensemble de signes ayant fonction de description et d'explication d'un domaine spécifié de phénomènes et d'objets »³³.

En ce sens, nous pensons que la logique n'est pas une théorie. Se voulant un jeu de manipulation de symboles, elle ne porte que sur des activités opératoires. Le calcul des propositions par exemple traite non de la vérité, mais de la validité et ses propositions sont dénuées de contenu. Le calcul des prédicats élabore des procédures universelles d'*objectivité* (critère d'engagement ontologique), mais n'impose aucun contenu objectal particulier (choix d'une ontologie).

c) L'axiomatisation de la théorie

Cette troisième opération est précisément celle qui se développe selon la triple fonction décrite ci-haut.

d) La modélisation

Une axiomatique donnée peut admettre plusieurs modèles qui viennent en fournir des interprétations différentes. En logique, en fait, « un modèle d'une axiomatique formelle est une interprétation qui, à partir du choix d'un domaine d'objets, donne sens à ses concepts primitifs et rend vrais ses axiomes »³⁴.

En substance, la pensée tend vers et devient connaissance quand elle porte sur un objet réel et cesse d'être réflexive. Car, la pensée est avant tout une réflexion, un retour sur soi, un éveil de la conscience. Pour que la pensée d'un objet réel soit vraie, il faut qu'il y ait soit adéquation de la pensée à l'objet, comme dans la conception traditionnelle de la vérité, soit dévoilement de l'objet à la pensée, à la conscience. C'est pour dire qu'entre le réel et le rationnel, entre le concret et l'abstrait, il y a une corrélation parfaite, comme l'a dit Hegel : ce qui est réel est rationnel et ce qui est rationnel est réel. Plus question de poser le dualisme entre systèmes épistémiques.

³² J. CAVAILLES, *Méthode axiomatique et formalisation*, Hermann, Paris, 1981, p. 92.

³³ Denis VERNANT, « Des vertus de l'axiomatique illustrées par l'exemple », in *Centre des Recherches Sémiologiques : Travaux de logique*, N°20, 2001, p. 6.

³⁴ *Ibid.*, p. 7.

CONCLUSION

La méthode axiomatique suggère une philosophie de la connaissance se voulant un rationalisme qu'on n'ose appeler empirique, tellement les deux mots sont habituellement opposés, qu'on peut du moins qualifier d'inductif ou d'expérimental. Ainsi, ce qui manifeste mieux l'activité de l'esprit, c'est l'établissement ou l'aperception d'une correspondance analogique entre le schéma symbolique et le modèle concret.

A cet effet, la méthode axiomatique implique scientifiquement l'économie de pensée. Elle permet de penser le multiple à partir de l'un. Elle permet de recenser tous les éléments, à l'intérieur d'un système cognitif donné, énonçant une certitude apodictique, une vérité indubitable sur base de laquelle l'on se référerait pour mieux avancer dans le développement du système, dans sa forme tout comme dans son contenu. Ces implications scientifiques permettent d'axiomatiser toutes les théories déductives.

Cependant, il existe une pluralité des systèmes épistémiques. Dans cette pluralité, nous retrouvons même le dualisme. A ce dualisme, nous avons vu comment la méthode axiomatique apporte un remède.

La méthode axiomatique a ébranlé le dualisme existant entre les systèmes épistémiques. Ce qui équivaut à dire que philosophiquement la méthode axiomatique implique la conciliation des systèmes épistémiques dualistes. Et ce dualisme repose sur la distinction radicale qui est établie entre sciences rationnelles et sciences expérimentales, entre sciences formelles et sciences du réel. La méthode axiomatique a, à cet effet, concilié le rationnel et l'expérimental, le logique et l'intuitif. Il existe dans toutes les sciences un rationnel et un réel, un abstrait et un concret.

En substance, l'esprit qui anime les scientifiques, depuis la nuit de temps, c'est celui de procéder rigoureusement. Moultes énergies ont été dépensées pour atteindre cette fin. Et c'est la méthode axiomatique qui l'a atteint.

Que le scientifique s'ouvre à toutes les sciences.

BIBLIOGRAPHIE

1. OUVRAGES

- BACHELARD, Gaston, *La formation de l'esprit scientifique : Contribution à une psychanalyse de la connaissance objective*, Vrin, Paris, 1965.
- BACHELARD, Gaston, *Le nouvel esprit scientifique*, PUF, Paris, 1966.
- BLANCHE, Robert, *L'Axiomatique*, 2^e édition, P.U.F., Paris, 1959.
- BLANCHE, Robert, *L'Épistémologie*, PUF, Paris, 1972.
- BLANCHE, Robert, *La logique et son histoire d'Aristote à Russell*, Amand Colin, Paris, 1970.
- CAVAILLES, J., *Méthode axiomatique et formalisation*, Hermann, Paris, 1981.
- COMBES, Michel, *Fondements des mathématiques*, PUF, Paris, 1971.
- DUMONCEL, J-C., *Philosophie des mathématiques*, Ellipses, Paris, 2002.
- JOUSSE, Marcel, *L'Anthropologie du geste*, Gallimard, Paris, 1974.
- SOULEZ, Antonia, *Manifeste du cercle de Vienne et autres écrits : Le dépassement de la métaphysique par l'analyse logique du langage*, P.U.F, Paris, 1985.
- VAX, L., *L'Empirisme logique*, PUF, Paris, 1970.
- VERGEZ, André et HUISMAN, Denis, *Histoire des philosophes : Illustrée par les textes, troisième partie, la philosophie moderne*, Fernand Nathan, Paris, 1956.

2. ARTICLE

- VERNANT, Denis, « Des vertus de l'axiomatique illustrées par l'exemple », in *Centre des Recherches Sémiologiques : Travaux de logique*, N°20, 2001.